

ΘΕΩΡΙΑ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗΣ

Σεπτέμβριος 2016

ΠΡΟΣΟΧΗ: Η διάρκεια των εξετάσεων είναι τρεις ώρες. Όλα τα θέματα είναι ισοδύναμα (2.5 μονάδες το καθένα). **Καλή Επιτυχία.**

Θέμα 1 : Να βρεθεί η βέλτιστη ομοιόμορφη προσέγγιση της $f \in X_5$, στον P_1 , όπου

$$X_5 = \{0, 1, 2, 3, 4\} \quad \text{και} \quad \begin{array}{c|cccc} x_i & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline f_i & 0 & 2 & 0 & -1 & 0 \end{array},$$

χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο εναλλαγής σημείων ξεκινώντας με $x_\sigma = \{0, 1, 2\}$.

Θέμα 2 : Να βρεθούν α) η βέλτιστη ομοιόμορφη προσέγγιση της $f(x) = x^3 - 4x^2$, ορισμένης στο διάστημα $[-1, 1]$, στον P_2 και β) η προσέγγιση ελαχίστων τετραγώνων της $f(x) = x^3 - 4x^2$, ορισμένης στο διάστημα $[-1, 1]$, στον P_2 .

Θέμα 3 : Να βρεθεί η προσέγγιση ελαχίστων τετραγώνων της συνάρτησης $f \in X_5$, στον P_2 , όπου

$$X_5 = \{-2, -1, 0, 1, 2\} \quad \text{και} \quad \begin{array}{c|ccccc} x_i & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline f_i & 1 & 0 & 1 & 4 & 9 \end{array},$$

χρησιμοποιώντας ορθογώνια πολυώνυμα στο σύνολο X_5 που παράγονται από την αναδρομική σχέση.

Θέμα 4 : Να βρεθεί η κυβική συνάρτηση spline στο $[0, 3]$ που προσεγγίζει τη συνάρτηση f η οποία δίνεται στο σύνολο σημείων

$$X_4 = \{0, 1, 2, 3\}, \quad \begin{array}{c|cccc} x_i & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline f_i & -1 & 0 & 5 & 20 \end{array}$$

και $f'(0) = 1, f'(3) = 22$.

Δίνεται ότι το πολυώνυμο παρεμβολής Hermite στο διάστημα $[x_j, x_{j+1}]$ είναι

$$s(x) = f_j \left[\frac{(x-x_{j+1})^2}{(\Delta x_j)^2} + 2 \frac{(x-x_j)(x-x_{j+1})^2}{(\Delta x_j)^3} \right] + f_{j+1} \left[\frac{(x-x_j)^2}{(\Delta x_j)^2} - 2 \frac{(x-x_{j+1})(x-x_j)^2}{(\Delta x_j)^3} \right] \\ + s'_j \left[\frac{(x-x_j)(x-x_{j+1})^2}{(\Delta x_j)^2} \right] + s'_{j+1} \left[\frac{(x-x_{j+1})(x-x_j)^2}{(\Delta x_j)^2} \right].$$